من أجل المجموعات E، F و G لدينا: $E\cap(F\cap G)=(E\cap F)\cap G$، التقاطع عملية تجميعية.
بصفة عامة، تقاطع المجموعات $E_1,E_2,\ldots,E_n$ هو:

$$\bigcap_{i=1}^{n}E_i=E_1\cap E_2\cap\cdots\cap E_n=\{x:(\forall i\in\{1,2,\ldots,n\})\ x\in E_i\}$$

الاتحاد: اتحاد مجموعتين E و F هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى واحدة منهما على الأقل ونرمز له بـــ $E\cup F$. بعبارة أخرى: $x\in E\cup F\ \Leftrightarrow\ (x\in E\ \vee\ x\in F)$.

من أجل المجموعات E، F و G لدينا: $E\cup(F\cup G)=(E\cup F)\cup G$، الاتحاد عملية تجميعية.
بصفة عامة، اتحاد المجموعات $E_1,E_2,\ldots,E_n$ هو:

$$\bigcup_{i=1}^{n}E_i=E_1\cup E_2\cup\cdots\cup E_n=\{x:(\exists i\in\{1,2,\ldots,n\})\ x\in E_i\}$$

توزيع التقاطع على الاتحاد وتوزيع الاتحاد على التقاطع:

لتكن $A,B_1,B_2,\ldots,B_n$ أجزاء من مجموعة E. لدينا:

1. $A\cap(B_1\cup B_2)=(A\cap B_1)\cup(A\cap B_2)$.
2. $A\cup(B_1\cap B_2)=(A\cup B_1)\cap(A\cup B_2)$.

وبصفة عامة

3. $A\cap\left(\bigcup_{i=1}^{n}B_i\right)=\bigcup_{i=1}^{n}(A\cap B_i)$.
4. $A\cup\left(\bigcap_{i=1}^{n}B_i\right)=\bigcap_{i=1}^{n}(A\cap B_i)$.

لنثبت 1. و 4. والبقية تترك للدارس، لغرض التمرن، فهي تثبت بشكل مشابه.

1. $x\in A\cap(B_1\cup B_2)\Leftrightarrow(x\in A)\wedge(x\in B_1\cup B_2)$

$\Leftrightarrow\ (x\in A)\wedge\ (x\in B_1\ \vee\ x\in B_2)$

وصل القضايا توزيعي على الفصل $\Leftrightarrow\ (x\in A\wedge x\in B_1)\vee\ (x\in A\wedge x\in B_2)$

$\Leftrightarrow\ (x\in A\cap B_1)\vee\ (x\in A\cap B_2)$

$\Leftrightarrow\ x\in(A\cap B_1)\cup(A\cap B_2)$

من التكافؤ نستنتج مساواة المجموعتين، وبالتالي الخاصية المطلوبة.

.4 $x \in A \cup \left(\bigcap_{i=1}^{n} B_i\right) \Leftrightarrow (x \in A) \vee \left(x \in \bigcap_{i=1}^{n} B_i\right)$

من تعريف التقاطع $\Leftrightarrow (x \in A) \vee (\forall i \in \{1,2,\ldots,n\} : x \in B_i)$

توزيع فصل القضايا على الوصل $\Leftrightarrow \forall i \in \{1,2,\ldots,n\} : x \in A \vee x \in B_i$

$\Leftrightarrow \forall i \in \{1,2,\ldots,n\} : x \in A \cup B_i$

$\Leftrightarrow x \in \bigcap_{i=1}^{n} (A \cup B_i)$

من التكافؤ نستنتج المساواة المطلوبة.

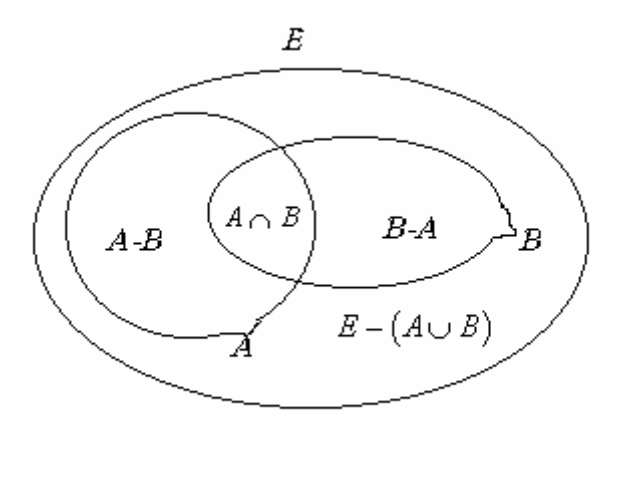
التجزئة: لتكن $E_1, E_2, \ldots, E_n$ أجزاء غير خالية من مجموعة E. نقول عن العائلة $\{E_1, E_2, \ldots, E_n\}$ إنها تشكل **تجزئة** لـــ E إذا كان:

$\forall i \ \forall j \ \ i \neq j : E_i \cap E_j = \phi$ **(أي أنها منفصلة مثنى مثنى)**

و $\bigcup_{i=1}^{n} E_i = E$.

الفرق التناظري: نسمي الفرق التناظري لمجموعتين جزئيتين A و B من مجموعة E المجموعة $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

يلخص الشكل التالي بعضا مما سبق:



الجداء الديكارتي: لتكن A و B مجموعتين.

نسمي ثنائية، كل عنصر (x, y) بحيث: $(x, y) = (x', y') \Leftrightarrow (x = x' \wedge y = y')$.

بالنفي ينتج: $(x, y) \neq (x', y') \Leftrightarrow (x \neq x' \vee y \neq y')$.

لاحظ أن $\{x, y\} = \{y, x\}$ دوما (تساوي مجموعتين) لكن في الحالة العامة $(x, y) \neq (y, x)$.

الجداء الديكارتي لـــ A و B هو المجموعة $A \times B = \{(x, y) : x \in A, \ y \in B\}$.